УДК 339.133:330.46

М.Т. Терёхин

УСЛОВИЯ РЫНОЧНОГО РАВНОВЕСИЯ

Вводится понятие элементарного товара, предлагается метод построения однозначной функции спроса потребителя, метод вычисления дохода фирмы. Рассматривается пример.

бюджетная функция, множество векторов цен, оптимальный вектор цен, предпочтение, равновесный вектор цен.

Проблема рыночного равновесия рассматривалась в ряде работ с использованием непрерывных (даже дифференцируемых) функций. Это создает определенные трудности при применении полученных выводов к решению задач прикладного характера.

В настоящей статье используется дискретный метод исследования проблемы.

Предположим, что некоторая фирма производит товары, оказывает услуги и т.д. Для простоты рассуждений все, что производит фирма (в том числе и услуги), будем называть товарами. Неделимый товар, то есть товар, который нельзя представить как объединение других товаров, будем называть элементарным товаром.

Будем предполагать, что выполнены следующие условия:

– совокупность товаров, имеющихся на потребительском рынке (далее просто рынок), состоит из ν элементарных товаров, $\nu \geq 1$ есть некоторое натуральное число;

– рынок конечный, то есть действует в течение некоторого, заранее заданного промежутка времени; это значит, что в течение данного промежутка времени на рынке имеются конечное число товаров, конечный разброс цен, рынок посещает конечное число потребителей, причем если потребитель за этот промежуток времени посетил рынок несколько раз, то при каждом посещении он рассматривается как другой потребитель.

Отметим, что при наличии нескольких фирм, каждая из которых производит один или несколько элементарных товаров, которые не производят другие фирмы, будем считать, что имеется только одна фирма.

Предположим, что фирма поставила на рынок элементарный товар $y_j \left(j \in \{1,\ 2,\ ...,\ \nu\} \right)$ в количестве q_j ($q_j > 0$ – целое число), предполагает товар y_j продать по цене p_{0j} и, следовательно, получить доход $p_{0j} q_j$. Ожидаемый доход фирмы определяется числом $\left(p_0,\ q \right)$, где $p_0,\ q$ – векторы, опреде-

ляемые равенствами $p_0 = (p_{01},\ p_{02},\ ...,\ p_{0v})$, $q = (q_1,\ q_2,\ ...,\ q_v)$, $(\cdot,\cdot)$ – скалярное произведение.

Пусть l – число потребителей (посетителей рынка, возможных покупателей товаров фирмы).

Будем предполагать, что потребитель m_i, $i \in \{1,\ 2,\ ...,\ l\}$, бюджет которого $d_i \geq 0$, сможет купить элементарный товар y_j в количестве $0 \leq s_{ij} \leq q_j$. Следовательно, на покупку товара y_j в количестве s_{ij} он израсходует деньги в сумме $p_{0j}s_{ij}$, а на покупку товаров, произведенных фирмой, израсходует деньги в сумме $\sum_{j=1}^{v} p_{oj}s_{ij} = (p_0,\ s_i) \leq d_i$, $s_i = (s_{i1},\ s_{i2},\ ...,\ s_{iv})$ и будет иметь набор товаров $z_i = (s_{i1}y_1,\ s_{i2}y_2,\ ...,\ s_{iv}y_v)$.

Таким образом, l потребителей имеют возможность купить определенные наборы товаров $Z = \left(\sum_{i=1}^{l} s_{i1}y_1,\ \sum_{i=1}^{l} s_{i2}y_2,\ ...,\ \sum_{i=1}^{l} s_{iv}y_v \right)$, произведенных фирмой.

Определение 1. Будем говорить, что имеет место рыночное равновесие, если при любом $j \in \{1,\ 2,\ ...,\ v\}$ выполнено равенство $\sum_{i=1}^{l} s_{ij}y_j = q_j y_j$, или (что все равно) $\sum_{i=1}^{l} s_{ij} = q_j$.

Исследуем поведение индивидуального потребителя m_i с бюджетом $d_i \geq 0$ на рынке.

Пусть A – множество векторов $\alpha = (\alpha_1,\ \alpha_2,\ ...,\ \alpha_v)$ таких, что при любом $j \in \{1,\ 2,\ ...,\ v\}$ α_j – целое число, удовлетворяющее неравенствам $0 \leq \alpha_j \leq q_j$. Это значит, что ни один потребитель не может купить элементарного товара y_j больше, чем произвела фирма.

Пусть $P = \{p\}$, $p = (p_1,\ p_2,\ ...,\ p_v)$ – конечное множество векторов цен; при любом $j \in \{1,\ 2,\ ...,\ v\}$ p_j – цена товара y_j.

Далее для любого вектора $\alpha \in A$ набор товаров $(\alpha_1 y_1,\ \alpha_2 y_2,\ ...,\ \alpha_v y_v)$ для простоты записи будем обозначать буквой α.

На множестве $P \times A$ определим функцию $\delta_i(p,\ \alpha)$ равенством

$$\sigma_i(p,\ \alpha)=\begin{cases}1, \text{если } (p,\ \alpha)\le d_i,\\ 0, \text{если } (p,\ \alpha)> d_i\end{cases} \qquad (1)$$

и назовем ее бюджетной функцией потребителя m_i.

Введем следующие обозначения: $A_{i1}(p)=\{\alpha\in A:\sigma_i(p,\ \alpha)=1\}$, $\alpha(p)$ – набор товаров $\alpha\in A$, купленных по вектору цен $p\in P$.

Определение 2. Пусть $p\in P$ – произвольный, но фиксированный вектор. Будем говорить, что набор товаров $\overline{\alpha}(p)\in A$ предпочтителен набору товаров $\overline{\overline{\alpha}}(p)\in A$, если $(p,\ \overline{\alpha}(p))\ \ge (p,\ \overline{\overline{\alpha}}(p))$. Набор товаров $\alpha_i^0(p)$ назовем наиболее предпочтительным для потребителя m_i среди всех наборов товаров, принадлежащих множеству $A_{i1}(p)$, если $(p,\ \alpha_i^0(p))\ =\max\limits_{\alpha\in A_{i1}(p)}(p,\ \alpha)$, или (что все равно) $d_i-(p,\ \alpha_i^0(p))\ =\min\limits_{\alpha\in A_{i1}(p)}(d_i-(p,\ \alpha))$.

Так как множество $A_{i1}(p)$ – конечное, то существует наиболее предпочтительный набор товаров для потребителя m_i. Это значит, что в силу произвольности вектора p на множестве P определена функция $f_i(p)=\alpha_i^0(p)=(\alpha_{i1}^0(p),\ \alpha_{i2}^0(p),\ \ldots,\ \alpha_{iv}^0(p))$, которую будем называть функцией спроса потребителя m_i.

Отметим, что если существует вектор $\overline{p}\in P$ такой, что при любом $\alpha\in A$ $\sigma_i(\overline{p},\ \alpha)=0$, то будем считать, что $f_i(\overline{p})=\overline{\alpha}\in A$, $\overline{\alpha}$ – нулевой вектор.

Поскольку наиболее предпочтительный набор товаров для потребителя m_i в общем случае не единственный, то функция спроса $f_i(p)$, вообще говоря, многозначная.

Пусть наиболее предпочтительный, согласно определению 2, набор товаров не единственный и пусть $\{\alpha_i^0(p)\}$ – множество наиболее предпочтительных товаров для потребителя m_i. Для выделения какого-либо элемента из множества $\{\alpha_i^0(p)\}$ необходимо определить дополнительное условие предпочтения потребителя m_i во множестве набора товаров $\{\alpha_i^0(p)\}$.

Определение 3. Будем говорить, что набор товаров $\overline{\alpha}\in\{\alpha_i^0(p)\}$ предпочтителен набору товаров $\overline{\overline{\alpha}}\in\{\alpha_i^0(p)\}$, если $\sum\limits_{j=1}^{v}\overline{\alpha}_j\ \ge\sum\limits_{j=1}^{v}\overline{\overline{\alpha}}_j$. Набор

$\alpha_i^1(p)=\left(\alpha_{i1}^1(p),\ \alpha_{i2}^1(p),\ \ldots,\ \alpha_{i\nu}^1(p)\right)$ назовем наиболее предпочтительным среди наборов товаров, принадлежащих множеству $\left\{\alpha_i^0(p)\right\}$, если

$$\sum_{j=1}^{\nu}\alpha_{ij}^1(p)=\max_{\alpha\in\left\{\alpha_i^0(p)\right\}}\sum_{j=1}^{\nu}\alpha_j\ .$$

Так как множество $\left\{\alpha_i^0(p)\right\}$ конечное, то существует наиболее предпочтительный набор товаров для потребителя m_i во множестве $\left\{\alpha_i^0(p)\right\}$. Следовательно, согласно дополнительному условию предпочтения на множестве P определена функция спроса $f_i(p)=\alpha_i^1(p)$ потребителя m_i.

Аналогично может оказаться, что набор товаров $\alpha_i^1(p)$ при некотором $p\in P$ не единственный наиболее предпочтительный и пусть $\left\{\alpha_i^1(p)\right\}$ – множество наиболее предпочтительных товаров. Тогда, вводя дополнительное условие предпочтения, которому должен удовлетворять хотя бы один элемент множества $\left\{\alpha_i^1(p)\right\}$, найдем наиболее предпочтительный набор товара и, следовательно, определим функцию спроса потребителя m_i на множестве P. И так далее.

Так как рынок конечный, то будет построен алгоритм, названный алгоритмом предпочтения, посредством которого на множестве P будет определена однозначная функция.

Пусть $f_i(p)=\alpha_i^*(p)=\left(\alpha_{i1}^*(p),\ \alpha_{i2}^*(p),\ \ldots,\ \alpha_{i\nu}^*(p)\right)$ – однозначная функция спроса потребителя m_i, определенная на множестве P алгоритмом предпочтения. Тогда функция спроса l потребителей, определенная на множестве P, будет иметь вид

$$f(p)=\left(\sum_{i=1}^{l}\alpha_{i1}^*(p),\ \sum_{i=1}^{l}\alpha_{i2}^*(p),\ \ldots,\ \sum_{i=1}^{l}\alpha_{i\nu}^*(p)\right).$$

Справедлива следующая

Теорема. Для того чтобы имело место рыночное равновесие, необходимо и достаточно существование вектора цен $p^*\in P$, удовлетворяющего равенству

$$\left(\sum_{i=1}^{l}\alpha_{i1}^*(p^*),\ \sum_{i=1}^{l}\alpha_{i2}^*(p^*),\ \ldots,\ \sum_{i=1}^{l}\alpha_{i\nu}^*(p^*)\right)=\left(q_1,\ q_2,\ \ldots,\ q_\nu\right). \qquad (2)$$

Вектор $p^*\in P$, удовлетворяющий равенству (2), назовем равновесным вектором цен.

Отметим, что так как рынок конечный, то в общем случае множество P не содержит равновесного вектора цен.

Определение 4. Вектор $p^0 \in P$ назовем оптимальным вектором цен, если при любом $j \in \{1, 2, ..., \nu\}$ $\sum_{i=1}^{l} \alpha_{ij}^*(p^0) \le q_j$ и $(p^0, f(p^0)) = \max_{p \in P}\{(p, f(p))\}$.

В силу конечности рынка на множестве P существует оптимальный вектор цен.

Пусть $p^0 \in P$ – оптимальный вектор цен и пусть однозначная функция спроса потребителя m_i при $p = p^0$ имеет значение $f_i(p^0) = \alpha_i^*(p^0) = (\alpha_{i1}^*(p^0),\ \alpha_{i2}^*(p^0),\ ...,\ \alpha_{i\nu}^*(p^0))$. Тогда при любом $j \in \{1,\ 2,\ ...,\ \nu\}$ сумма $\sum_{i=1}^{l} \alpha_{ij}^*(p^0) = q_j^0$ есть общее число реализованных на рынке по цене p_j^0 элементарных товаров y_i, поставленных на рынок фирмой. Таким образом, доход фирмы от реализации товаров определяется числом $(p^0,\ q^0)$, $q^0 = (q_1^0,\ q_2^0,\ ...,\ q_\nu^0)$.

Пример 1. Предположим, что фирма поставляет на рынок элементарные товары y_1, y_2, y_3 соответственно в количестве 6, 9, 11.

Рынок посещают три потребителя $m_1,\ m_2,\ m_3$. Потребитель m_1 имеет бюджет $d_1 = 4$ *у.е.*, потребитель m_2 имеет бюджет $d_2 = 5$ *у.е.*, потребитель m_3 – бюджет $d_3 = 6$ *у.е.* Множество P векторов цен содержит 2 вектора $p_1,\ p_2$, $p_1 = (1\ у.е., 3\ у.е.,\ 2\ у.е)$, $p_2 = (2\ у.е.,\ 1\ у.е., 2\ у.е.)$.

Возможные (желаемые) наборы товаров потребителя определяются множеством $A = \{\alpha_1,\ \alpha_2,\ \alpha_3,\ \alpha_4\}$, в котором $\alpha_1 = (1,\ 0,\ 0)$, $\alpha_2 = (2,\ 0,\ 0)$, $\alpha_3 = (2,\ 1,\ 1)$, $\alpha_4 = (1,\ 2,\ 1)$. Первая координата вектора α определяет количество элементарного товара y_1, вторая – количество элементарного товара y_2, третья – количество элементарного товара y_3. Путем непосредственного подсчета убеждаемся, что ни один потребитель не может приобрести элементарный товар y_j ($j \in \{1,\ 2,\ 3\}$) в количестве большем, чем количество товаров y_j, поставленных фирмой на рынок.

Бюджетную функцию потребителя m_i определим равенством (1).

Ставятся следующие задачи:

1. Определить функцию спроса каждого потребителя.
2. Определить функцию спроса всех трех потребителей в совокупности.
3. Определить число реализованных на рынке по цене $p \in P$ каждого из элементарных товаров фирмой.
4. Существует ли равновесный вектор цен.

5. В случае отрицательного ответа на п. 4 найти оптимальный вектор цен.

6. Определить доход фирмы от реализации товаров по оптимальному вектору цен $p^0 \in P$.

Исследуем поведение на рынке потребителя m_1. Построим функцию спроса $f_1(p)$.

Бюджетная функция $\sigma_1(p,\alpha)$ определяется равенством

$$\sigma_1(p,\alpha)=\begin{cases}1, \text{ если } (p,\alpha)\le 4,\\ 0, \text{если } (p,\alpha)>4.\end{cases}$$

Тогда при $p=p_1$ $\sigma_1(p_1,\alpha_\mu)\cdot(p_1,\alpha_\mu)=\sigma_1(p_1,\alpha_\mu)\cdot(1\alpha_{\mu 1}+3\alpha_{\mu 2}+2\alpha_{\mu 3})$, $p_1\in P$, $\alpha_\mu\in A$. Следовательно, $\sigma_1(p_1,\ \alpha_1)\cdot(p_1,\ \alpha_1)=1$, $\sigma_1(p_1,\ \alpha_2)\cdot(p_1,\ \alpha_2)=2$, $\sigma_1(p_1,\ \alpha_3)\cdot(p_1,\ \alpha_3)=0$, $\sigma_1(p_1,\ \alpha_4)\cdot(p_1,\ \alpha_4)=0$. Таким образом, значение функции $f_1(p)$ потребителя m_1 при $p=p_1$ определится равенством $f_1(p_1)=\alpha_1^*(p_1)=\alpha_2=(2,\ 0,\ 0)$.

При $p=p_2$ $\sigma_1(p_2,\alpha_\mu)\cdot(p_2,\alpha_\mu)=\sigma_1(p_2,\alpha_\mu)\cdot(2\alpha_{\mu 1}+1\alpha_{\mu 2}+2\alpha_{\mu 3})$. Тогда $\sigma_1(p_2,\alpha_1)\cdot(p_2,\alpha_1)=2$, $\sigma_1(p_2,\alpha_2)\cdot(p_2,\alpha_2)=4$, $\sigma_1(p_2,\alpha_3)\cdot(p_2,\alpha_3)=0$, $\sigma_1(p_2,\alpha_4)\cdot(p_2,\alpha_4)=0$. Значение функции спроса $f_1(p)$ потребителя m_1 при $p=p_2$ $f_1(p_2)=\alpha_1^*(p_2)=\alpha_2=(2,\ 0,\ 0)$.

Это значит, что функция спроса $f_1(p)$ на множестве P определяется равенством $f_1(p)=(2,\ 0,\ 0)$. Потребитель m_1, исходя из своих бюджетных возможностей, купит на рынке только два элементарных товара y_1 как по цене p_1, так и по цене p_2.

Исследуем поведение потребителя m_2. Построим функцию спроса $f_2(p)$. Бюджетная функция $\sigma_2(p,\alpha)$ потребителя m_2 определяется равенством

$$\sigma_2(p,\alpha)=\begin{cases}1, \text{ если } (p,\alpha)\le 5,\\ 0, \text{если } (p,\alpha)>5.\end{cases}$$

Тогда при $p=p_1$ $\sigma_2(p_1,\alpha_\mu)\cdot(p_1,\alpha_\mu)=\sigma_2(p_1,\alpha_\mu)\cdot(1\alpha_{\mu 1}+3\alpha_{\mu 2}+2\alpha_{\mu 3})$. Следовательно, $\sigma_2(p_1,\alpha_1)\cdot(p_1,\alpha_1)=1$, $\sigma_2(p_1,\alpha_2)\cdot(p_1,\alpha_2)=2$, $\sigma_2(p_1,\ \alpha_3)\times$ $\times(p_1,\ \alpha_3)=0$, $\sigma_2(p_1,\ \alpha_4)\cdot(p_1,\ \alpha_4)=0$. Значение функции $f_2(p)$ потребителя m_2 при $p=p_1$ $f_2(p_2)=\alpha_2^*(p_2)=\alpha_2=(2,\ 0,\ 0)$.

При $p = p_2$ $\sigma_2(p_2, \alpha_\mu)\cdot(p_2, \alpha_\mu) = \sigma_2(p_2, \alpha_\mu)\cdot(2\alpha_{\mu 1} + 1\alpha_{\mu 2} + 2\alpha_{\mu 3})$. Тогда $\sigma_2(p_2, \alpha_1)\cdot(p_2, \alpha_1) = 2$, $\sigma_2(p_2, \alpha_2)\cdot(p_2, \alpha_2) = 4$, $\sigma_2(p_2, \alpha_3)\times$ $\times(p_2, \alpha_3) = 0$, $\sigma_2(p_2, \alpha_4)\cdot(p_2, \alpha_4) = 0$. Значение функции спроса $f_2(p_2)$ потребителя m_2 при $p = p_2$ $f_2(p_2) = \alpha_2^*(p_2) = \alpha_2 = (2, 0, 0)$. Таким образом, функция спроса $f_2(p)$ на множестве P определяется равенством $f_2(p) = (2,\ 0,\ 0)$.

Исследуем поведение потребителя m_3 на рынке. Построим функцию спроса $f_3(p)$.

Бюджетная функция $\sigma_3(p,\ \alpha)$ потребителя m_3 определяется равенством

$$\sigma_3(p,\ \alpha) = \begin{cases} 1, \text{ если } (p,\ \alpha) \le 6, \\ 0, \text{ если } (p,\ \alpha) > 6. \end{cases}$$

Тогда при $p = p_1$ $\sigma_3(p_1, \alpha_\mu)\cdot(p_1, \alpha_\mu) = \sigma_3(p_1, \alpha_\mu)\cdot(1\alpha_{\mu 1} + 3\alpha_{\mu 2} + 2\alpha_{\mu 3})$. Следовательно, $\sigma_3(p_1, \alpha_1)\cdot(p_1, \alpha_1) = 1$, $\sigma_3(p_1, \alpha_2)\cdot(p_1, \alpha_2) = 2$, $\sigma_3(p_1, \alpha_3)\times$ $\times(p_1, \alpha_3) = 0$, $\sigma_3(p_1, \alpha_4)\cdot(p_1, \alpha_4) = 0$. Значение функции спроса $f_3(p)$ покупателя m_3 при $p = p_1$ определяется равенством $f_3(p_1) = \alpha_3^*(p_1) = \alpha_2 = (2,\ 0,\ 0)$.

При $p = p_2$ $\sigma_3(p_2, \alpha_\mu)\cdot(p_2, \alpha_\mu) = \sigma_3(p_2, \alpha_\mu)\cdot(2\alpha_{\mu 1} + 1\alpha_{\mu 2} + 2\alpha_{\mu 3})$. Тогда $\sigma_3(p_2, \alpha_1)\cdot(p_2, \alpha_1) = 2$, $\sigma_3(p_2, \alpha_2)\cdot(p_2, \alpha_2) = 4$, $\sigma_3(p_2, \alpha_3)\times$ $\times(p_2, \alpha_3) = 0$, $\sigma_3(p_2, \alpha_4)\cdot(p_2, \alpha_4) = 6$. Значение функции спроса $f_3(p)$ покупателя m_3 при $p = p_2$ $f_3(p_2) = \alpha_3^*(p_2) = \alpha_4 = (1,\ 2,\ 1)$. Таким образом,

$$f_3(p) = \begin{cases} (2,\ 0,\ 0), \text{ если } p = p_1, \\ (1,\ 2,\ 1), \text{ если } p = p_2. \end{cases}$$

Функция спроса $f(p)$ трех потребителей на множестве P определяется равенством

$$f(p) = \begin{cases} (6,\ 0,\ 0), \text{ если } p = p_1, \\ (5,\ 2,\ 1), \text{ если } p = p_2. \end{cases}$$

Из определения функции спроса $f(p)$ следует, что на рынке по вектору цен $p = p_1$ фирма реализовала 6 элементарных товаров y_1, элементарные това-

ры y_2, y_3 не реализованы, по вектору цен $p = p_2$ фирма реализовала пять элементарных товаров y_1, два элементарных товара y_2, один элементарный товар y_3.

С помощью непосредственного вычисления устанавливаем, что во множестве P нет равновесного вектора цен p^*.

Найдем оптимальный вектор цен p^0. С этой целью заметим, что $(p_1, f(p_1)) = ((1,\ 3,\ 2),(6,\ 0,\ 0)) = 6\ y.e.$, $(p_2, f(p_2)) = ((2,\ 1,\ 2),(5,\ 2,\ 1)) = 14\ y.e.$ Следовательно, оптимальный вектор цен p^0 определяется равенством $p^0 = p_2 = (2,\ 1,\ 2)$, тогда доход фирмы от реализации товаров по цене p^0 равен $(p^0, f(p^0)) = (p_2, f(p_2)) = 14 y.e.$

Пример 2. Предположим, что фирма поставляет на рынок элементарные товары y_1, y_2, y_3 в количестве соответственно $11, 6, 8$. Рынок посещают три потребителя m_1, m_2, m_3. Потребитель m_1 имеет бюджет $d_1 = 17\ y.e.$, потребитель m_2 имеет бюджет $d_2 = 10\ y.e.$, потребитель m_3 имеет бюджет $d_3 = 8\ y.e.$ Множество P векторов цен содержит три вектора p_1, p_2, p_3: $p_1 = (3\ y.e., 3\ y.e., 1\ y.e.)$, $p_2 = (2\ y.e., 1\ y.e., 1\ y.e.)$, $p_3 = (1\ y.e., 3\ y.e., 2\ y.e.)$. Множество товаров определяется равенством $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5)$, в котором $\alpha_1 = (2, 2, 1)$, $\alpha_2 = (4, 0, 2)$, $\alpha_3 = (3, 1, 4)$, $\alpha_4 = (2, 3, 1)$, $\alpha_5 = (0, 0, 0)$.

Построим функцию спроса потребителя m_1. Учитывая, что бюджетная функция $\sigma_1(p,\ \alpha)$ определяется равенством

$$\sigma_1(p,\ \alpha) = \begin{cases} 1, \text{если } (p,\ \alpha) \le 17, \\ 0, \text{если } (p,\ \alpha) > 17, \end{cases}$$

получим, что при $p = p_1$ $\sigma_1(p_1,\ \alpha_1)\cdot(p_1,\ \alpha_1) = 12$, $\sigma_1(p_1,\ \alpha_2)\cdot(p_1,\ \alpha_2) = 14$, $\sigma_1(p_1,\ \alpha_3)\cdot(p_1,\ \alpha_3) = 16$, $\sigma_1(p_1,\ \alpha_4)\cdot(p_1,\ \alpha_4) = 16$. Следовательно, значение функции спроса $f_1(p)$ при $p = p_1$ определяется равенством $f_1(p_1) = \{\alpha_3,\ \alpha_4\}$, то есть при $p = p_1$ функция спроса имеет два значения. Тогда, применяя условие предпочтения согласно определению 3, получим $f_1(p_1) = \alpha_3$ при $p = p_1$.

При $p = p_2$ $\sigma_1(p_2,\ \alpha_1)\cdot(p_2,\ \alpha_1) = 5$, $\sigma_1(p_2,\ \alpha_2)\cdot(p_2,\ \alpha_2) = 10$, $\sigma_1(p_2, \alpha_3)\times(p_2, \alpha_3) = 11$, $\sigma_1(p_2, \alpha_4)\cdot(p_2, \alpha_4) = 8$.

Значение функции спроса $f_1(p)$ при $p = p_2$ определяется равенством $f_1(p_2) = \alpha_3$.

При $p = p_3$ $\sigma_1(p_3,\ \alpha_1)\cdot(p_3,\ \alpha_1) = 9$, $\sigma_1(p_3,\ \alpha_2)\cdot(p_3,\ \alpha_2) = 6$, $\sigma_1(p_3,\ \alpha_3)\cdot(p_3,\ \alpha_3) = 10$, $\sigma_1(p_3,\ \alpha_4)\cdot(p_3,\ \alpha_4) = 9$. Таким образом, значение функции спроса $f_1(p)$ при $p = p_3$ равно $f_1(p_3) = \alpha_3$. Функция спроса потребителя m_1 $f_1(p)$ на множестве P определяется равенством $f_1(p) = \alpha_3$.

Построим функцию спроса потребителя m_2. Бюджетная функция $\sigma_2(p,\alpha)$ имеет вид

$$\sigma_2(p,\alpha) = \begin{cases} 1, \text{если } (p,\alpha) \le 10, \\ 0, \text{если } (p,\alpha) > 10. \end{cases}$$

При $p = p_1$ $\sigma_2(p_1,\ \alpha_1)\cdot(p_1,\ \alpha_1) = 0$, $\sigma_2(p_1,\ \alpha_2)\cdot(p_1,\ \alpha_2) = 0$, $\sigma_2(p_1,\ \alpha_3) \times$ $\times\ (p_1,\ \alpha_3) = 0$, $\sigma_2(p_1,\ \alpha_4)\cdot(p_1,\ \alpha_4) = 0$. Значение функции спроса $f_2(p)$ при $p = p_1$ $f_2(p_1) = \alpha_5$.

При $p = p_2$ $\sigma_2(p_2,\ \alpha_1)\cdot(p_2,\ \alpha_1) = 7$, $\sigma_2(p_2,\ \alpha_2)\cdot(p_2,\ \alpha_2) = 10$, $\sigma_2(p_2,\ \alpha_3) \times$ $\times\ (p_2,\ \alpha_3) = 0$, $\sigma_2(p_2,\alpha_4)\cdot(p_2,\alpha_4) = 8$. Значение функции спроса $f_2(p)$ при $p = p_2$ равно $f_2(p_2) = \alpha_2$

При $p = p_3$ $\sigma_2(p_3,\ \alpha_1)\cdot(p_3,\ \alpha_1) = 10$, $\sigma_2(p_3,\ \alpha_2)\cdot(p_3,\ \alpha_2) = 8$, $\sigma_2(p_3,\ \alpha_3) \times$ $\times\ (p_3,\ \alpha_3) = 0$, $\sigma_2(p_3,\ \alpha_4)\cdot(p_3,\ \alpha_4) = 0$. Значение функции спроса $f_2(p)$ при $p = p_3$ равно $f_2(p_3) = \alpha_1$. Следовательно, функция спроса покупателя m_2 на множестве P определяется равенством

$$f_2(p) = \begin{cases} \alpha_5, \text{если } p = p_1, \\ \alpha_2, \text{если } p = p_2, \\ \alpha_1, \text{если } p = p_3. \end{cases}$$

Построим функцию спроса потребителя m_3. Бюджетная функция $\sigma_3(p,\ \alpha)$ имеет вид

$$\sigma_3(p,\ \alpha) = \begin{cases} 1, \text{если } (p,\ \alpha) \le 8, \\ 0, \text{если } (p,\ \alpha) > 8. \end{cases}$$

При $p = p_1$ $\sigma_3(p_1,\ \alpha_1)\cdot(p_1,\ \alpha_1) = 0$, $\sigma_3(p_1,\ \alpha_2)\cdot(p_1,\ \alpha_2) = 0$, $\sigma_3(p_1,\ \alpha_3) \times$ $\times\ (p_1,\ \alpha_3) = 0$, $\sigma_3(p_1,\alpha_4)\cdot(p_1,\alpha_4) = 0$. Значение функции спроса $f_3(p)$ при $p = p_1$ $f_3(p_1) = \alpha_5$.

При $p = p_2$ $\sigma_3(p_2,\ \alpha_1)\cdot(p_2,\ \alpha_1) = 7$, $\sigma_3(p_2,\ \alpha_2)\cdot(p_2,\ \alpha_2) = 0$, $\sigma_3(p_2,\ \alpha_3)\ \times$ $\times\ (p_2,\ \alpha_3) = 0$, $\sigma_3(p_2,\ \alpha_4)\cdot(p_2,\ \alpha_4) = 8$. Значение функции спроса $f_3(p)$ при $p = p_2$ определяется равенством $f_3(p_2) = \alpha_4$.

При $p = p_3$ $\sigma_3(p_3,\ \alpha_1)\cdot(p_3,\ \alpha_1) = 0$, $\sigma_3(p_3,\ \alpha_2)\cdot(p_3,\ \alpha_2) = 8$, $\sigma_3(p_3,\ \alpha_3)\ \times$ $\times\ (p_3,\ \alpha_3) = 0$, $\sigma_3(p_3,\ \alpha_4)\cdot(p_3,\ \alpha_4) = 0$. Значение функции спроса $f_3(p)$ при $p = p_3$ $f_3(p_3) = \alpha_2$. Следовательно, функция спроса $f_3(p)$ потребителя m_3 на множестве P запишется следующим образом:

$$f_3(p) = \begin{cases} \alpha_5, \text{ если } p = p_1, \\ \alpha_4, \text{ если } p = p_2, \\ \alpha_2, \text{ если } p = p_3. \end{cases}$$

Функция спроса $f(p)$ трех потребителей на множестве P определяется равенством

$$f(p) = \begin{cases} (3, 1, 4), \text{ если } p = p_1, \\ (9, 4, 7), \text{ если } p = p_2, \\ (9, 3, 7), \text{ если } p = p_3. \end{cases}$$

Следовательно, фирма по цене $p = p_1$ реализовала три элементарных товара y_1, один элементарный товар y_2, четыре элементарных товара y_3, по цене $p = p_2$ – девять элементарных товаров y_1, четыре элементарных товара y_2, семь элементарных товаров y_3, по цене $p = p_3$ – девять элементарных товаров y_1, три элементарных товара y_2, семь элементарных товаров y_3.

Из проведенных вычислений следует, что во множестве P нет равновесного вектора цен p^*.

Учитывая, что $(p_1, f(p_1)) = ((3,\ 3,\ 1), (3,\ 1,\ 4)) = 16\ y.e.$ $(p_2, f(p_2)) =$ $= ((2,\ 1,\ 1), (9,\ 4,\ 7)) = 29\ y.e.$, $(p_3, f(p_3)) = ((1,\ 3,\ 2), (9,\ 3,\ 7)) = 32\ y.e.$, замечаем, что оптимальный вектор цен $p^0 = p_3 = (1,\ 3,\ 2)$. Доход фирмы от реализации товаров по цене p^0 равен $(p^0, f(p^0)) = (p_3, f(p_3)) = 32\ y.e.$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горбунов, В.К. Математическая модель потребительского спроса [Текст] : моногр. – М. : Экономика, 2004. –174 с.

2. Замков, О.О. Математические модели в экономике [Текст]: учеб. / О.О. Замков, Ю.А. Черемных, А.В. Толстопятенко. – М. : Дело и сервис, 1999. – 368 с.
3. Колемаев, В.А. Математическая экономика [Текст] : учеб. – М. : ЮНИТИ, 1998. – 240 с.
4. Никайдо, Х. Выпуклые структуры и математическая экономика [Текст] : моногр. – М. : Мир, 1972. – 517 с.

M.T. Teryokin

THE CONDITIONS OF MARKET BALANCE

In this paper we introduce nation of elementary commodity, propose the method of divination of one-valued function of demand of buyer, method of calculation of return of firm. Consider the example.

budget function, set of vectors of costes, optimal vector of costes, preference, balanced vector of costes.