УДК 613.2

М.Т. Терехин

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СУТОЧНОЙ ПОТРЕБНОСТИ ЧЕЛОВЕКА В ПРОДУКТАХ ПИТАНИЯ ПРИ ОГРАНИЧЕННОМ БЮДЖЕТЕ

Введено понятие финансового функционала. Определен максимальный по стоимости набор продуктов питания согласно заданному бюджету. Определено множество наборов продуктов питания, стоимость каждого из которых не превосходит бюджет и среди которых может быть определен предпочтительный или близко к рекомендованному набор. Введено понятие функционала энергетической ценности, посредством которого можно вычислить энергетическую ценность любого набора продуктов питания из множества наборов. Рассмотрен пример применения изложенной в статье теории в конкретном случае.

энергетическая ценность, продукт, множество, функционал, стоимость, жиры, белки, углеводы, витамины.

Для поддержания нормальной жизнедеятельности человеку необходимо иметь определенное количество питательных веществ. Суточный рацион человека должен содержать необходимое количество жиров, белков, углеводов, витаминов, получить определенную энергетическую ценность, выраженную в калориях, необходимую для усвоения продуктов питания. Желательный по каким-либо показателям суточный рацион существенно зависит от бюджета человека.

В статье с помощью математических методов определяются различные варианты составления суточного рациона человека при ограниченном бюджете.

Пусть требуется закупить продукты питания, содержащие необходимое количество жиров, белков, углеводов, витаминов, энергетической ценности при ограниченном бюджете [1].

Предположим, что на рынке продукты питания расфасованы по емкостям. Пусть M – множество емкостей и пусть $M = \bigcup_{k=1}^{n} M_k$, где при любом $k = \overline{1,n}$ M_k – множество емкостей в количестве γ_k, в каждой из которых находится определенный продукт весом y_k, содержащий энергетическую ценность, равную l_k, калорий (далее для краткости записей и продукт, и его вес будем обозначать символом y_k, энергетическую ценность – символом l_k, без слова «калорий»).

© Терёхин М.Т., 2014

Символом p_k обозначим цену продукта y_k в емкости. Следовательно, при покупке продукта, содержащегося в $j \in \{1,2,...,y_k\}$ емкостях, принадлежащих множеству M_k, покупатель израсходует финансовые средства в сумме jp_k.

Предположим, что бюджет покупателя, необходимый для покупки продуктов, определяется числом q. Это значит, что число γ_k не может превосходить число γ_k^0, удовлетворяющее неравенствам $\gamma_k^0 p_k \le q < (\gamma_k^0 + 1) p_k$.

Заметим, что покупатель может отказаться от покупки одного или даже всех продуктов, содержащихся в емкостях множества M. В этом случае цену продукта p_k (или даже все цены) следует считать равной (равными) нулю. Равенство $p_k = 0$ можно интерпретировать как отсутствие продуктов в емкостях множества M_k.

Пусть $N_k^0 = \{0,1,2,...,\gamma_k^0\}$. Множество E_n определим равенством $E_n = \{x = (x_1, x_2,..., x_n)\}$, в котором при любом $k = \overline{1,n}$ $x_k \in N_k^0$. На множестве E_n определим финансовый функционал $f(x) = \sum_{k=0}^{n} x_k p_k$ (x_k при $p_k = 0$ определяется равенством $x_k = 0$), функционал энергетической ценности – равенством $E(x) = \sum_{k=1}^{n} x_k l_k$ (при $p_k = 0$ $l_k = 0$).

Множество E_n – конечное, поэтому существует точка $x_0 \in E_n$ (возможно, несколько точек), удовлетворяющая равенству

$$\max_{x \in E_n} f(x) = f(x_0) \le q. \tag{1}$$

Пусть $x_0 = (x_1^0, x_2^0,..., x_n^0)$. Тогда $f(x_0) = \sum_{k=0}^{n} x_k^0 p_k$. Следовательно, максимальная суточная норма потребления (набор) продуктов, соответствующая бюджету q, определяется равенством

$$Y = \sum_{k=1}^{n} x_k^0 y_k, \tag{2}$$

суточная энергетическая ценность – равенством $E(x) = \sum_{k=1}^{n} x_k^0 l_k$.

Предположим, что в продукте y_k содержится жира q_k, белка b_k, углеводов u_k. Тогда суточные нормы потребления жиров, белков и углеводов

в наборе продуктов, составленном согласно равенству (2), определяются соответственно величинами $\sum_{k=1}^{n} x_k^0 q_k$, $\sum_{k=1}^{n} x_k^0 b_k$, $\sum_{k=1}^{n} x_k^0 u_k$.

Пусть в продукте y_k содержатся витамины $v_{k_1}, v_{k_2}, ..., v_{k_m}$ (символом v_{k_j} будем обозначать название витамина и его вес). Тогда суточная норма потребления каждого из витаминов $v_{k_1}, v_{k_2}, ..., v_{k_m}$ в наборе продуктов, составленном согласно равенству (2), определится соответственно величинами $\sum_{k=1}^{n} x_k^0 v_{k1}$, $\sum_{k=1}^{n} x_k^0 v_{k2}$, …, $\sum_{k=1}^{n} x_k^0 v_{km}$.

Пусть существуют такие точки $x^{(1)}, x^{(2)}, ..., x^{(\mu)}$, что при любом $i = \overline{1, \mu}$ $x^{(i)} \in E_n$, $x^{(i)} = (x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, ..., x_n^{(i)})$ и $f(x^{(i)}) = \max_{x \in E_n} f(x)$. Заменив в формуле (1) x_0 на $x^{(i)}$, а в последующих выражениях – $x_k^{(0)}$ на $x_k^{(i)}$, получим, что при любом $i = \overline{1, \mu}$ суточная норма потребления продуктов, соответствующая бюджету q, определяется равенством

$$Y_i = \sum_{k=1}^{n} x_k^{(i)} y_k, \tag{3}$$

суточная энергетическая ценность – равенством $E_i = \sum_{k=1}^{n} x_k^{(i)} l_k$.

В наборе продуктов, составленном согласно равенству (3), суточные нормы жиров, белков и углеводов определяются соответственно величинами $\sum_{k=1}^{n} x_k^{(1)} q_k$, $\sum_{k=1}^{n} x_k^{(1)} b_k$, $\sum_{k=1}^{n} x_k^{(1)} u_k$, витаминов $v_{k_1}, v_{k_2}, ..., v_{k_m}$ – соответственно величинами $\sum_{k=1}^{n} x_k^{(i)} v_{k1}$, $\sum_{k=1}^{n} x_k^{(i)} v_{k2}$, …, $\sum_{k=1}^{n} x_k^{(i)} v_{km}$.

Наиболее предпочтительный для потребителя или близкий к рекомендованному набор жиров, белков, углеводов и витаминов может быть найден среди указанных величин.

Может оказаться, что максимальная суточная норма потребления продуктов не является для потребителя близкой к рекомендованной. Поэтому в тех случаях, когда необходимо получить наиболее предпочтительный и близкий к рекомендованному набор жиров, белков, углеводов и витаминов при заданном бюджете, необходимо определить наборы продуктов стоимостью, не превосходящей q.

Пусть число q_1 – произвольное, но фиксированное и удовлетворяющее неравенствам $0 < q_1 < q$. Множество E_n^1 определим равенством $E_n^1 = \{x \in E_n : q_1 \le f(x) \le q$. Тогда наиболее предпочтительный для потребителя или близкий к рекомендованному набор жиров, белков, углеводов, витаминов

и энергетическая ценность находятся во множестве наборов $\sum_{k=1}^{n} x_k q_k$, $\sum_{k=1}^{n} x_k b_k$, $\sum_{k=1}^{n} x_k u_k$, $\sum_{k=1}^{n} x_k v_{k_1}$, $\sum_{k=1}^{n} x_k v_{k_2}, \ldots,$ $\sum_{k=1}^{n} x_k v_{k_m}$, $\sum_{k=1}^{n} x_k l_k$, вычисленных при любом $x \in E_n^1$.

Пример. Предположим, что на рынке упакованы сметана в емкостях по $y_1 = 150$ г, цена сметаны в емкости $p_1 = 18$ рублей; молоко – в емкостях по $y_2 = 400$ г, цена молока в емкости – $p_2 = 12$ рублей; творог – в емкостях по $y_3 = 200$ г, цена творога в емкости $p_3 = 20$ рублей.

Покупатель имеет денежные средства в сумме 40 рублей. Непосредственным вычислением устанавливаем, что согласно бюджету (40 рублей) покупатель может купить не более двух емкостей со сметаной ($\gamma_1^0 = 2$), трех емкостей с молоком ($\gamma_2^0 = 3$), двух емкостей с творогом ($\gamma_3^0 = 2$).Он может отказаться от покупки одного или даже всех перечисленных выше продуктов. Это значит, что любое из чисел p_1, p_2, p_3 (или даже все) может оказаться равным нулю. Таким образом, справедливы равенства $N_1^0 = \{0,1,2\}$, $N_2^0 = \{0,1,2,3\}$, $N_3^0 = \{0,1,2\}$. Множество $E_3 = \{x = (x_1, x_2, x_3) : x_1 \in N_1^0, x_2 \in N_2^0, x_3 \in N_3^0\}$.

На множестве E_3 финансовый функционал $f(x) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3$, функционал энергетической ценности $E(x) = x_1 l_1 + x_2 l_2 + x_3 l_3$. Посредством вычисления убеждаемся, что функционал $f(x)$ наибольшее значение, равное 40 рублям, достигает в точке $x_0 = (0,0,2)$, при этом функционал энергетической ценности равен $E(x_0) = 636$ ккал.

Предположим, что на покупку продуктов покупатель может израсходовать средства в сумме от 30 до 40 рублей (включая и 30, и 40). Функционал $f(x)$ в пределах указанных средств будет иметь еще три значения, одно из которых, равное 30 рублям, в точке $x^{(1)} = (1,1,0)$, второе, равное 32 рублям, в точке $x^{(2)} = (0,1,1)$, третье, равное 36 рублям, в точке $x^{(3)} = (0,3,0)$.

Таким образом, покупатель, употребив в пищу согласно:

1) кортежу (1,1,0) 150 *г* сметаны и 0,4 *л* молока, получит жира 42,8 *г*, белка 14,9 *г*, углеводов 23,9 *г*, энергетическую ценность, равную 536 *ккал*;

2) кортежу (0,1,1) 0,4 *л* молока и 200 *г* творога, получит жира 38,4 *г*, белка 33,6 *г*, углеводов 32,8 *г*, энергетическую ценность, равную 54 *ккал*;

3) кортежу (0,3,0) 1,2 *л* молока, получит жира 38,4 *г*, белка 33,6 *г*, углеводов 65,2 *г*, энергетическую ценность, равную 708 *ккал*;

4) кортежу (0,0,2) 400 *г* творога, получит жира 36 *г*, белка 66,8 *г*, углеводов 8,0 *г*, энергетическую ценность, равную 636 *ккал*.

Покупатель наиболее предпочтительный или близкий к рекомендованному набор жиров, белков, углеводов и энергетическую ценность может найти в рассмотренных выше четырех пунктах.

Ниже приведены таблицы содержания жиров, белков, углеводов, энергетической ценности в 100 *г* продуктов.

Таблица 1

Содержание жиров, белков, углеводов, энергетической ценности в 100 *г* продуктов

№ п/п	*Продукты*	*Жиры, г*	*Белки, г*	*Углеводы,г*	*Энергетическая ценность, ккал*
1.	Говядина	27,0	5,5	нет	265
2.	Карбонат	60,0	8	нет	572
3.	Кукуруза в сладких зернах	1,4	3,1	21,8	120
4.	Масло сливочное	72,5	1,0	1,4	662
5.	Молоко (3,2 %)	3,2	2,8	4,7	59
6.	Сайра (консервы)	21,0	18,8	нет	261
7.	Сметана (20 %)	20,0	2,5	3,4	204
8.	Творог	9,0	16,7	2,0	159
9.	Сок «Сады Придонья»	нет	нет	12,0	48
10.	Кефир (3,2 %)	3,2	2,8	4,0	56
11.	Русский сахар (прессованный)	нет	нет	100	398

Таблица 2

Содержание воды, жиров, белков, углеводов в 100 *г* продуктов (зерновые, орехи, хлебобулочные)

Продукт	*Вода*	*Белки*	*Жиры*	*Углеводы*	*Суммарное кол-во*
Зерновые					
Гречиха	14	11,6	2,3	59,5	290
Кукуруза	14	10,3	4,9	67,5	338
Овес	13,5	10,1	4,7	57,8	300
Просо	13,5	11,2	3,8	60,7	307
Пшеница	14	11,6	1,6	69,7	318
Рис	14	7,3	2,6	63,1	284
Рожь	14	9,9	1,6	70,9	320
Орехи					
Абрикос, ядро	26,8	25	45,4	2,8	519,1
Арахис	9,8	29,2	50,2	10,8	609,1

Окончание таблицы 2

Вишня, ядро	31,6	21,9	30,5	16	422,1
Горчица, семя	37,9	25,8	30,8	5,5	401
Какао, бобы	2,2	12,8	53,2	9,4	565,3
Кунжут, семя	9	19,4	48,7	-	461,7
Конопля, семя	47	21	32	-	372,9
Миндаль	4	18,6	57,7	13,6	2699
Орех грецкий	25,5	16	-	58,5	283,4
Орех кешью	5,3	25,2	53,6	12,6	630,5
Орех мускатный	9	20	50	7	556,3
Подсолнечник, семя	8	20,7	52,9	5	577,7
Рапс, семя	12	25,3	37,6	4	454,6
Мак, семя	33	17	47	3	505
Слива, ядро	31,3	28,5	40,2	-	475,8
Фисташки	23	20	50	7	556,3
Фундук	4,8	16,1	66,9	9,9	703,6
Хлопчатник, семя	10	34,5	36,5	8,1	496,9
Хлебобулочные					
Макаронные изделия	13	10,7	1,3	74,2	333
Хлеб пшеничный	44,3	8,1	1,2	42	203
Хлеб ржано-пшеничный	46,9	7,0	1,1	40,3	193

Таким образом, методом математического моделирования определены суточные рационы питания человека при ограниченном бюджете. Составлены наборы продуктов, среди которых имеется предпочтительный или близкий к рекомендованному набор.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Терехин, М.Т. Условия рыночного равновесия [Текст] // Вестник Рязанского государственного университета имени С.А. Есенина. – Рязань, 2011. – № 4/33. – С. 167–177.

2. Шемчук, В.А. Встреча с Кощеем Бессмертным. Практика бессмертия [Текст] : моногр. – М. : Лад, 2005.

REFERENCES

1. Terechin, M.T. Usloviya rynochnogo ravnovesiya [Conditions of market balance] [Text] // Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo universiteta imeni S.A. Yesenina. – Bulletin of the Ryazan State University named after S.A. Yessenin. – Ryazan, 2011. – N 4/33. – P. 167–177.

2. Shemchuk, V.A. Vstrecha s Koscheem Bessmertnym. Praktika bessmertiya [The meeting with Koshchei the Deathless. Practice of immortality] [Text]. – M. : Lad, 2005.

M.T. Teryokhin

THE MATHEMATICAL MODEL OF DEFINITION OF DAY'S NECESSITY OF MAN IN PRODUCT OF NOURISHMENT, IF THE BUDGET IS LIMITED

The notion of a financial functional is introduced. The maximum by cost a battery of the product of nourishment according to the given budget is defined. It is defined the set of batteres of products of nourishment a cost of each which not exceed budget and among which preferable or near by recommended may be found. The notion of a functional of a energy value is introduced, by means of we may calculate energy value of any battery of product of nourishment from a set of batters. It is considered the example of using of stated in the paper theory in concrete case.

energy value, product, set, functional, cost, battery, richs, albumens, carbohydrate, vitamins.