

УДК 51+53

О.Л. Головков, Г.А. Купцова, В.А. Степанов

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ГЕНЕРАЦИИ
ДВУХ ДЛИН ВОЛН
1064,2 И 1061,5 НМ YAG:ND-ЛАЗЕРОМ**

Рассматривается решение системы уравнений, описывающих генерацию YAG:Nd⁺³-лазера с двух энергетических подуровней мультиплета $^4F_{3/2}$, имеющего три близких контура усиления, с учетом релаксационных переходов между рабочими подуровнями и сравнению полученных результатов расчета с экспериментальными данными.

Экспериментально получены спектры излучения YAG:Nd⁺³-лазера в режиме генерации одной и двух длин волн. Приведено решение системы уравнений Танга, Статца и Демарса, описывающей многомодовую генерацию YAG:Nd⁺-лазера, с учетом излучения с двух подуровней мультиплета $^4F_{3/2}$. В полученное решение введена функция, учитывающая релаксационные переходы между рабочими подуровнями мультиплета.

лазер, твердое тело, излучение, многомодовая генерация, система уравнений.

Экспериментально установлено, что спектр излучения YAG:Nd⁺³-лазера на длине волны с максимумом усиления 1064,15 нм при генерации двух длин 1064,15 и 1061,5 нм отличается от спектра излучения при генерации одной длины волны 1064,15 нм [1].

Предположение, что, как только произойдет обеднение населенности какого-либо из подуровней, произойдет мгновенное восстановление населенностей подуровней в соответствии с распределением Больцмана [2], требует доказательства. Учет релаксационных коэффициентов W_{AB} и W_{BA} между рабочими подуровнями мультиплета $^4F_{3/2}$ приводит к невозможности получить аналитическое решение системы уравнений Танга, Статца и Демарса для YAG:Nd⁺³-лазера [4] в случае многомодового излучения.

Для эксперимента используются активные элементы, вырезанные из монокристалла Y₃Al₅O₁₂:Nd³⁺ вдоль кристаллографической оси (001) с концентрацией активных ионов Nd³⁺ 1 ат.%, изготовленных в виде цилиндра диаметром 4 мм длиной 10 мм. На входной торце активного элемента нанесено селективное зеркало с высоким коэффициентом отражения (более 99 процентов) на длине волны 1064 нм и высокой прозрачностью на длине волны 808 нм, а выходной торце активного элемента просветляется. Линейный резонатор лазера длиной 30 мм создается селективным зеркалом, нанесенным на торце активного элемента, и сферическим зеркалом радиусом 200 мм с коэффициентом отражения 84 процента на длине волны 1064 нм. Генерация осуществляется на основной поперечной моде ТМ₀₀. Линейно поляризованное излучение трех лазерных диодов

(808 нм) суммарной мощностью 8,5 Вт фокусируется на торец активного элемента зоной накачки $0,5 \times 0,5 \text{ мм}^2$. Ориентация поляризации лазерной генерации задается положением внутриврезонаторного окна Брюстера.

Одновременную генерацию двух длин волн 1064,15 и 1061,5 нм при 300 К получают вращением активного элемента вокруг оси [1; 2].

Схема экспериментальной установки для измерения спектра излучения лазера представлена на рисунке 1.

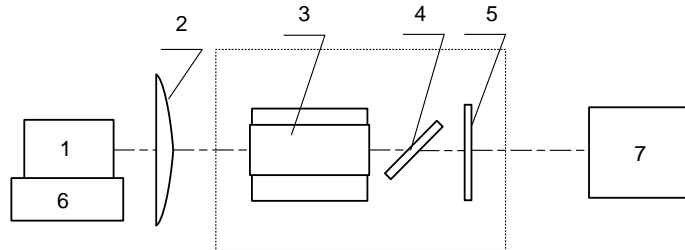


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

1 – полупроводниковые лазерные диоды, 2 – линза фокусирующая, 3 – YAG:Nd³⁺-кристалл, 4 – окно Брюстера, 5 – выходное зеркало, 6 – термоэлектрический модуль с датчиком температуры, 7 – анализатор спектра лазерного излучения LM-5

Для анализа структуры спектра генерации YAG:Nd³⁺-лазером двух длин волн 1064,15 нм и 1061,5 нм используется анализатор спектра лазерного излучения LM-5, имеющий точность измерения 0,05 нм.

На рисунке 2 приведены результаты экспериментов измерения спектра излучения YAG:Nd³⁺-лазера в нормальных условиях (300 К).

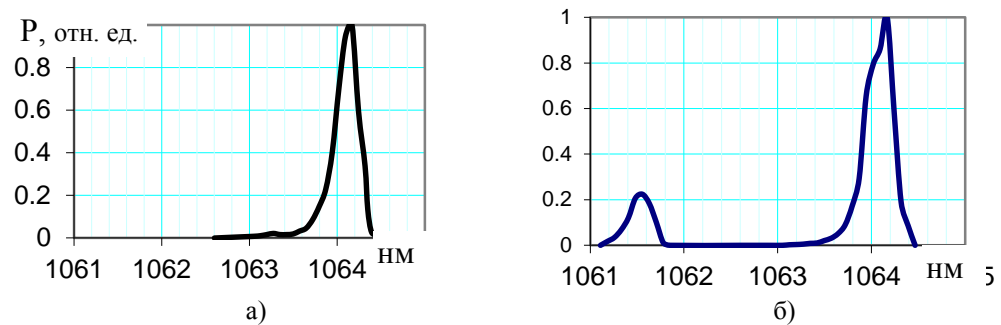


Рис. 2. Спектр генерации YAG:Nd³⁺-лазера

а) при генерации на одной длине волны 1064,15 нм, б) при одновременной генерации двух длин волн 1064,15 нм и 1061,5 нм.

Проведенный анализ результатов измерения спектров генерации YAG:Nd³⁺-лазера показал следующее:

– при генерации на одной длине волны 1064,15 нм (рис. 2 а), часть ионов неодима генерирует на длине волны 1064,23 нм, что соответствует общеизвестному влиянию слабого перехода на спектр излучения сильной линии усиления [3];

– при генерации на двух длинах волн 1064,15 нм и 1061,5 нм (рис. 2 б), наблюдается уширение спектра генерации.

Теоретическая часть. Для описания многомодовой генерации лазеров В класса, в том числе YAG:Nd³⁺-лазера, с учетом генерации с двух подуровней мультиплета ⁴F_{3/2} удобно использовать систему уравнений Танга, Статца и Де Марса [5]:

$$\begin{aligned} \frac{dm_k}{d\tau} &= Gm_k \left[L_k^{(1)}(n_0 + n_k) + (L_k^{(2)} + L_k^{(3)})(n'_0 + n'_k) - 1 - \beta_k \right], \\ \frac{dn_0}{d\tau} &= A - n_0 \left(1 + \sum_{m=1}^M L_m^{(1)} m_m \right) - \sum_{m=1}^M L_m^{(1)} m_m n_m - w_{AB} n_0 + w_{BA} n'_0, \\ \frac{dn_k}{d\tau} &= -n_k \left(1 + \sum_{m=1}^M L_m^{(1)} m_m \right) - \frac{1}{2} L_k^{(1)} m_k n_0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{dn'_0}{d\tau} = A' - n'_0 \left(1 + \sum_{m=1}^M (L_m^{(2)} + L_m^{(3)}) m_m \right) - \sum_{m=1}^M (L_m^{(2)} + L_m^{(3)}) m_m n'_m + w_{AB} n_0 - w_{BA} n'_0,$$

$$\frac{dn'_k}{d\tau} = -n'_k \left(1 + \sum_{m=1}^M (L_m^{(2)} + L_m^{(3)}) m_m \right) - \frac{1}{2} (L_k^{(2)} + L_m^{(3)}) m_k n'_0,$$

где n_0 и n_k – пространственно однородная инверсия и ее решетки на переходе с верхним рабочим подуровнем (11 507 см⁻¹); n'_0 и n'_k – пространственно однородная инверсия и ее решетки на переходе с верхним рабочим подуровнем (11 423 см⁻¹); σ_i – сечения перехода i -й компоненты усиления; $L_k^{(i)}$ – нормированные к сечению сильного перехода σ_1 лоренцевы формы линий усиления i -ой компоненты, равные:

$$\begin{aligned} L_k^{(1)} &= \left[1 + ((p-k)\Delta_0)^2 \right]^{-1}, & L_k^{(2)} &= \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \left[1 + ((p-k)\Delta_0 + \Delta_2)^2 \right]^{-1}, \\ L_k^{(3)} &= \frac{\sigma_3}{\sigma_1} \left[1 + ((p-k)\Delta_0 + \Delta_3)^2 \right]^{-1}, & \Delta_2 &= \frac{\omega_0^{(2)} - \omega_0^{(1)}}{\gamma_{\perp}}, & \Delta_3 &= \frac{\omega_0^{(3)} - \omega_0^{(1)}}{\gamma_{\perp}}, \end{aligned}$$

где $\omega_0^{(1)}$ – центр сильной линии усиления на длине волны $\lambda = 1064,15$ нм, $\omega_0^{(2)}$ – центр линии усиления на длине волны $\lambda = 1061,5$ нм, $\omega_0^{(3)}$ – центр линии усиления на длине волны $\lambda = 1064,4$ нм, Δ_0 – межмодовый интервал, задаваемый длиной резонатора; β_k – потери k -й продольной моды, A и A' – параметры накачки на рабочие подуровни A и B мультиплета ${}^4F_{3/2}$; w_{AB} и w_{BA} – скорость релаксации между рабочими подуровнями A и B мультиплета ${}^4F_{3/2}$. Система уравнений (1) не имеет аналитического статического решения [4].

В результате решения системы уравнений (1) получено соотношение:

$$n'_0 + n_0 = A + A' - (1 + \beta_k) \sum_{m=1}^M m_m. \quad (2)$$

Для того чтобы решить систему уравнений (1), необходимо в уравнении (2) разделить переменные n_0 и n'_0 . Так как «время жизни» на мультиплете ${}^4F_{3/2}$ – $2,5 \cdot 10^{-4}$ с и время кросс-релаксации между подуровнями мультиплета ${}^4F_{3/2}$ – 10^{-7} с, то можно предположить, что распределение населенностей подуровней всегда соответствует распределению Больцмана и $w_{AB} = w_{BA} = 0$. Тогда уравнение (2) разбивается на два уравнения:

$$n'_0 = \frac{1}{1+w} \left(A + A' - (1 + \beta_k) \sum_{m=1}^M m_m \right), \quad (3)$$

$$n_0 = \frac{w}{1+w} \left(A + A' - (1 + \beta_k) \sum_{m=1}^M m_m \right),$$

где $w = \frac{n_0}{n'_0} = \exp\left(\frac{E_B - E_A}{k_B T}\right)$, E_A и E_B – энергии подуровней, k_B – постоянная Больцмана.

Тогда для статического состояния получаем решение системы уравнений (1):

$$n'_0 = \frac{1}{1+w} \left(A + A' - (1 + \beta_k) \sum_{m=1}^M m_m \right), \quad (3.1)$$

$$n_0 = \frac{w}{1+w} \left(A + A' - (1 + \beta_k) \sum_{m=1}^M m_m \right), \quad (3.2)$$

$$n'_k = \frac{F_1 \left(\frac{1 + \beta_k - (L_k^{(2)} + L_k^{(3)})n'_0}{L_k^{(1)}} - n_0 \right)}{F_2 + F_1 \frac{L_k^{(2)} + L_k^{(3)}}{L_k^{(1)}}}, \quad (3.3)$$

$$n_k = \frac{(1 + \beta_k) - (L_k^{(2)} + L_k^{(3)})(n'_0 + n'_k)}{L_k^{(1)}} - n_0, \quad (3.4)$$

$$m_k = \frac{n_k \left(1 + \sum_{m=1}^M L_m^{(1)} m_m \right)}{-0.5 L_k^{(1)} n_0}, \quad (3.5)$$

где

$$F_1 = n'_0 (L_k^{(2)} + L_k^{(3)}) \left(1 + \sum_{m=1}^M L_m^{(1)} m_m^{(1)} \right),$$

$$F_2 = n_0 L_k^{(1)} \left(1 + \sum_{m=1}^M (L_m^{(2)} + L_m^{(3)}) (m_m^{(2)} + m_m^{(3)}) \right).$$

С учетом межмодового интервала $\Delta_0 = 0,05$, что соответствует длине резонатора 30 мм, для удобства расчетов положим, что мода, соответствующая максимуму усиления на длине волны 1064,15 нм, имеет номер 70, тогда мода, соответствующая максимуму усиления на длине волны 1064,4 нм, имеет номер 56 и мода, соответствующая максимуму усиления на длине волны 1061,5 нм, имеет номер 222.

На рисунке 3 приведены результаты расчетов системы уравнений (3) и определены зависимости модового состава генерации лазерного излучения YAG:Nd³⁺-лазера от уровня потерь на длине волны 1064,15 нм ($\beta_k = 0,15$, $\beta_k = 0,225$ и $\beta_k = 0,25$). При этом на длине волны 1061,5 нм уровень потерь составит $\beta_k = 0,15$, параметр накачки $A = 10$, $w = 0,66$, что соответствует температуре кристалла 300 К.

Из представленных расчетов установлено:

- при минимальной разнице внутрирезонаторных потерь между длинами волн 1064,15 нм и 1061,5 нм, равной 0,075, происходит генерация двух длин волн 1064,15 и 1061,5 нм;
- при минимальной разнице внутрирезонаторных потерь между длинами волн 1064,15 нм и 1061,5 нм, равной 0,1, происходит генерация на длине волны 1061,5 нм;
- длина волны максимальной моды генерации соответствует величине 1064,23 нм, что не противоречит общеизвестным данным [5];

– при одновременной генерации двух длин волн максимальная мода генерации на длине волны 1064,15 нм сдвинулась в длинноволновую область на 0,25 моды (на 0,01 нм).

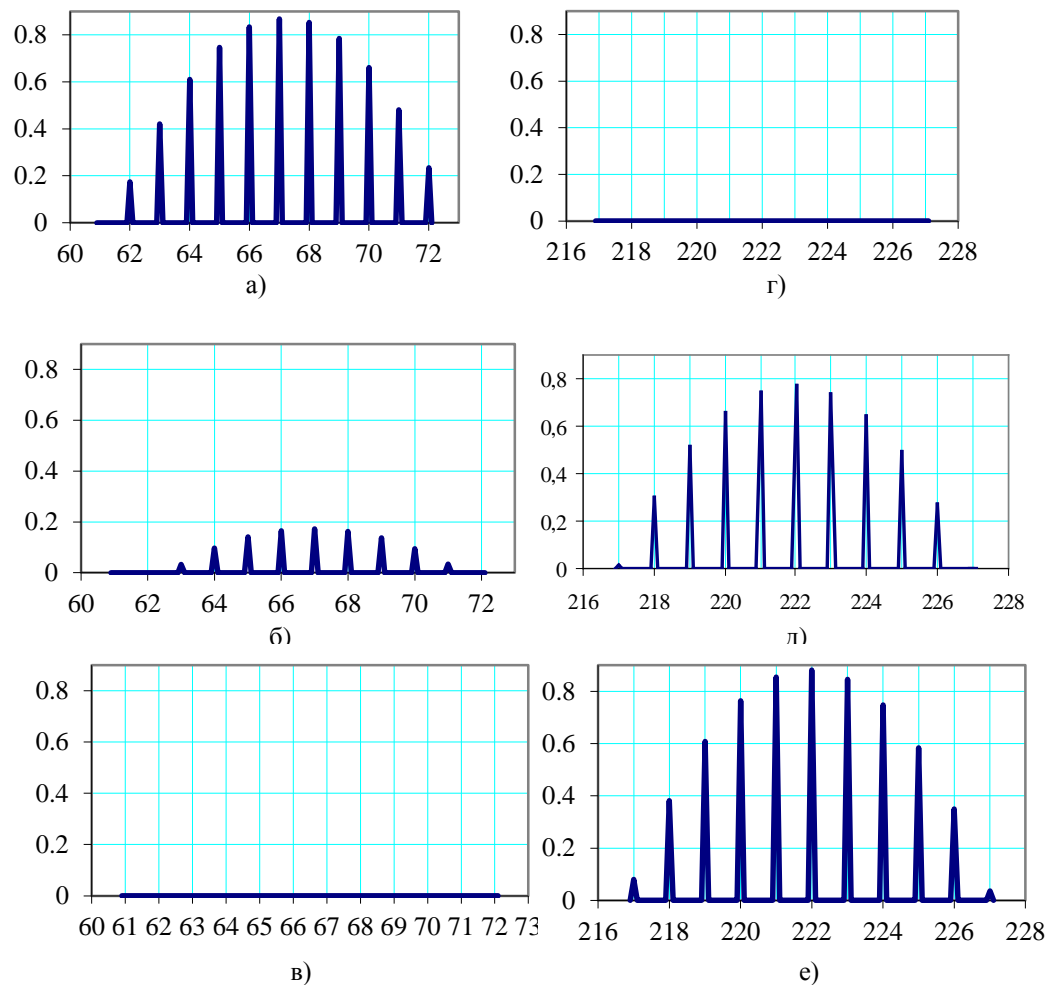


Рис. 3. Расчет модового состава излучения на длине волны 1064,15 нм (а – в) и длине волны 1061,5 нм (г – е), от потерь на длине волны 1064,15 нм: (а, г) $\beta_k = 0,15$; (б, д) $\beta_k = 0,225$; (в, е) $\beta_k = 0,25$; при потерях на длине волны 1061,5 нм, $\beta_k = 0,15$, температуре 300 К, параметре накачки $A = 10$

Сдвиг спектра излучения на 0,1 нм мал, что не подтверждают экспериментальные данные, представленные на рисунке 2. Следовательно, релаксационные процессы между рабочими подуровнями мультиплета ${}^4F_{3/2}$ необходимо учитывать.

Для учета релаксационных переходов при нормальных условиях предположим:

– если осуществляется генерация на одной длине волны 1064,15 нм, то распределение населенности по подуровням равно $w - 0,1$;

– если осуществляется генерация на одной длине волны 1061,50 нм, то распределение населенности по подуровням равно $w + 0,1$;

– если осуществляется генерация на двух длинах волн с одинаковой интенсивностью, то распределение населенности по подуровням равно w .

Таким условиям удовлетворяет функция

$$w(x) = 0,2|\exp(-0,69x) - 1| + 0,56,$$

где $x = I_{1061} / I_{1064}$. Тогда уравнения (3.1) и (3.2) приобретут вид:

$$n'_0 = \frac{1}{1 + w(x)} \left(A + A' - (1 + \beta_k) \sum_{m=1}^M m_m \right), \quad (4.1)$$

$$n_0 = \frac{w(x)}{1 + w(x)} \left(A + A' - (1 + \beta_k) \sum_{m=1}^M m_m \right). \quad (4.2)$$

На рисунке 4 приведены результаты расчетов системы уравнений (3) с учетом уравнений (4.1) и (4.2) и определены зависимости модового состава генерации лазерного излучения YAG:Nd³⁺-лазера от уровня потерь $\beta_k = 0,15$, $\beta_k = 0,225$ и $\beta_k = 0,275$ на длине волны 1064,15 нм. При этом уровень потерь на длине волны 1061,5 нм составит $\beta_k = 0,15$.

Из представленных расчетов установлено, что в отличие от расчетов без учета релаксационных переходов между рабочими подуровнями:

– минимальная разница внутрирезонаторных потерь между длинами волн 1064,15 и 1061,5 нм, когда происходит начало одновременной генерации двух длин волн 1064,15 нм и 1061,5 нм, уменьшилась с 0,075 до 0,04;

– минимальная разница внутрирезонаторных потерь между длинами волн 1064,15 нм и 1061,5 нм, когда происходит генерация на длине волны 1061,5 нм, увеличилась с 0,1 до 0,15;

– при одновременной генерации двух длин волн сдвиг максимума моды генерации на длине волны 1064,15 нм в длинноволновую область увеличился с 0,25 до 1,1 моды (на 0,05 нм), что соответствует экспериментальным данным.

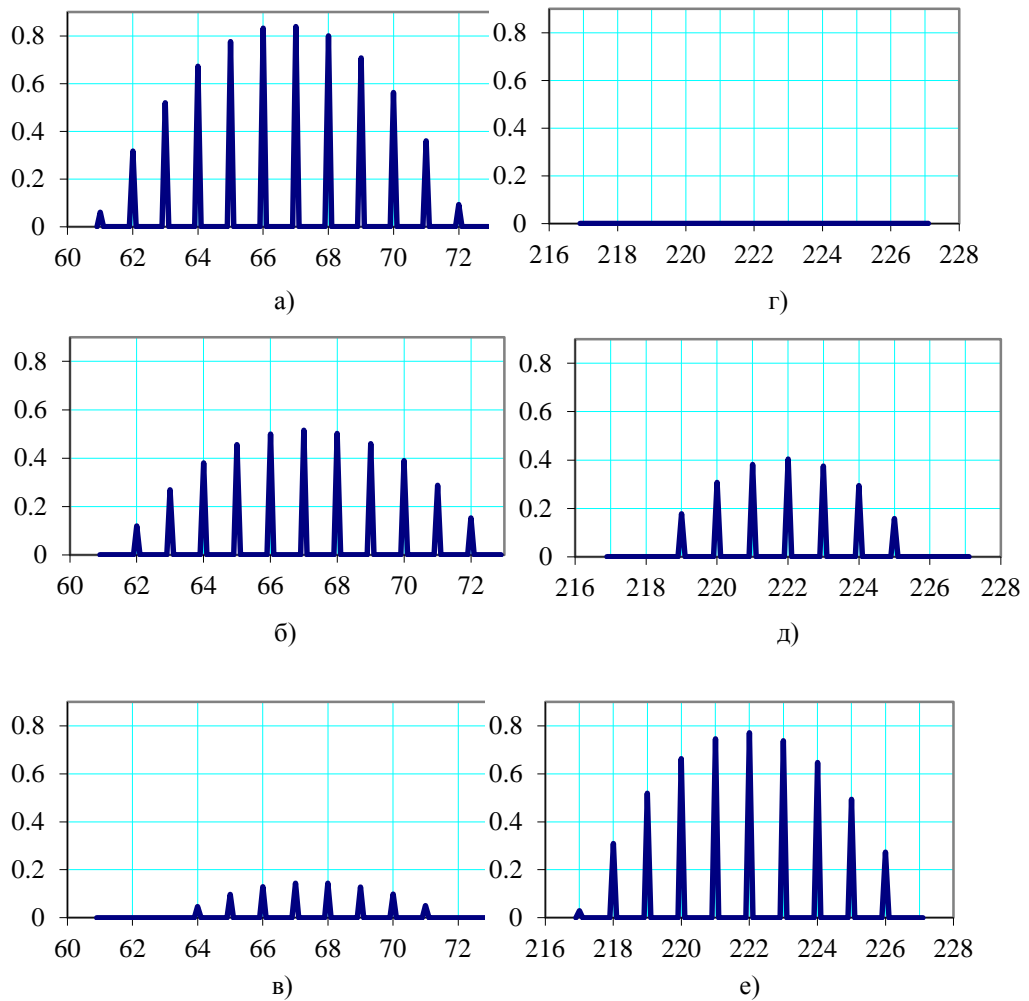


Рис. 4. Расчет модового состава излучения на длине волны 1064,15 нм (а – в) и длине волны 1061,5 нм (г – е), от потерь на длине волны 1064,15 нм: (а, г) – $\beta_k = 0,15$; (б, д) – $\beta_k = 0,225$; (в, е) – $\beta_k = 0,275$, при потерях на длине волны 1061,5 нм $\beta_k = 0,15$, температуре 300 К, параметре накачки $A = 10$

Наблюдаемое на рисунке 2 б уширение спектра генерации на длине волны 1064,15 нм при генерации двух длин волн указывает на наличие разных зон активного элемента, в которых осуществляется генерация или на одной длине волны, или на двух длинах волн одновременно. Это обусловлено тем, что генерация осуществляется по всей длине YAG-кристалла и влияние потерь, вызванных двулучепреломления для разных сечений YAG-кристалла разные.

Таким образом, в статье экспериментально показано и теоретически обосновано уширение и смещение спектра излучения YAG:Nd³⁺-лазера в режиме генерации двух длин волн 1064,15 нм и 1061,5 нм за счет релаксационных переходов между основными подуровнями мультиплета.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Головков, О.Л. Непрерывная генерация YAG:Nd-лазера на двух длинах волн 1064, 15 и 1061,5 нм [Текст] / О.Л. Головков, Г.А. Купцова, В.А. Степанов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2013. – № 1. – С. 113–121.
2. Головков, О.Л. Особенности спектра излучения YAG:Nd-лазера в режиме одно-временной генерации двух длин волн [Текст] / О.Л. Головков, Г.А. Купцова, В.А. Степанов // Научно-технический вестник С.-Петербур. гос. пед. ун-та. Физико-математические науки. – 2013. – № 2. – С. 110–114.
3. Зверев, Г.М. Лазеры на алюмоиттриевом гранате с неодимом [Текст] / Г.М. Зверев, Ю.Д. Голяев, Е.А. Шалаев, А.А. Шокин. – М. : Радио и связь, 1985. – 144 с.
4. Иевлев, И.В. Непрерывная двухволновая генерация в микрочип-Nd:YAG-лазерах [Текст] / И.В. Иевлев, И.В. Корукин, Ю.С. Лебедева, П.А. Хандохин // Квантовая электроника. – 2011. – № 8. – С. 715.
5. Ханин, Я.И. Основы динамики лазеров [Текст]. – М. : Наука : Физматлит, 1999. – 360 с.

REFERENCES

1. Golovkov, O.L. Npreryvnaya generatsiya YAG:Nd-lazera na dvukh dlinakh voln 1064, 15 i 1061,5 nm [Continuous generation of YAG: Nd-laser at two wavelengths 1064, 15 and 1061.5 nm] [Text] / O.L. Golovkov, G.A. Kuptsov, V.A. Stepanov // Proceedings of the higher educational institutions. Volga region. Physical and mathematical sciences. – 2013. – N 1. – P. 113–121.
2. Golovkov, O.L. Osobennosti spektra izlucheniya YAG:Nd-lazera v rezhime odnovremennoy generatsii dvukh dlin voln [Features of the emission spectrum of YAG: Nd-laser mode simultaneous generation of two wavelengths] [Text] / O.L. Golovkov, G.A. Kuptsov, V.A. Stepanov // Scientific and Technical Gazette of St. Petersburg. State Pedagogical University. Physical and mathematical sciences. – 2013. – N 2. – P. 110–114.
3. Iyevlev, I.V. Npreryvnaya dvukhvolnovaya generatsiya v mikrochip-Nd:YAG-lazerakh [Continuous two-wave generation in microchip-Nd: YAG-lasers] [Text] / I.V. Ievlev, I.V. Koryukin, Y.S. Lebedeva, P.A. Khandokhin // Quantum Electronics. – 2011. – N 8. – 715 p.
4. Khanin, Y.I. Osnovy dinamiki lazerov [Fundamentals of dynamics of lasers] [Text]. – Moscow : Science : Fizmatlit, 1999. – 360 p.
5. Zverev, G.M. Lazery na alyumoittriyevom granate s neodimom [Lasers YAG garnet with neodymium] [Text] / G.M. Zverev, Y.D. Golyaev, E.A. Shalaev, A.A. Shokin. – Moscow : Radio and communication, 1985. – 144 p.

O.L. Golovkov, G.A. Kuptsova, V.A. Stepanov

**THE MATHEMATICAL DESCRIPTION OF THE GENERATION
OF TWO WAVE LENGTHS OF 1064,2 AND 1061,5 NM
BY YAG:ND LASER**

The paper describes the experimentally acquired laser emission of one or two wave lengths by YAG:Nd³⁺. The author suggests a solution of the equation system of Tang – Stats – deMars, which describes a polymodal generation of YAG:Nd³⁺ with two sublevels of ⁴F_{3/2} multiplet. The acquired solution contains a function considering relaxation transitions within ⁴F_{3/2} sublevels.

laser, piece of matter, radiation, multioscllation, set of equations.